



gdje su:  $n$  - ugaona brzina rotora mašine;  $x_R, x_H$  - svedeni nominalni induktivni otpori rotorskog i glavnog magnetnog kola mašine;  $[\psi_{R\mu} \ \psi_{R\nu}]^T, [i_\mu, i_\nu]^T$  - vektori rotorskog fluksa i statorske struje u ortogonalnom koordinatnom sistemu  $(\mu, \nu)$ ;  $\omega_K$  - ugaona brzina koordinatnog sistema  $(\mu, \nu)$  u odnosu na nepokretnu osu.

Jednačina (1) reprezentuje prirodnu strukturu modela rotorskog kola koji se upotrebljava za računanje rotorskog fluksa. Primijetimo prije svega da je za koordinatni sistem  $(\mu, \nu)$ , u kome se modelira rotorsko kolo mašine, pogodno odabrati:

a) nepokretni koordinatni sistem  $(\alpha, \beta)$ , u kome se i vrši mjerenje komponenta vektora statorske struje

b) obrtni koordinatni sistem  $(p, r)$ , čvrsto vezan za rotor mašine.

U slučaju a) je  $\omega_K=0$ , a za izračunavanje rotorskog fluksa neophodno je a priori raspolagati informacijama o vrijednosti komponenta vektora statorske struje  $[i_\alpha \ i_\beta]^T$  i ugaone brzine  $n$ :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \psi_{R\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_R/x_R & -n \\ n & -r_R/x_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \psi_{R\beta} \end{bmatrix} + \frac{r_R x_H}{x_R} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

U slučaju b) ugaona brzina ne ulazi eksplicitno u jednačine rotorskog kola:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{Rp} \\ \psi_{Rr} \end{bmatrix} = -\frac{r_R}{x_R} \begin{bmatrix} \psi_{Rp} \\ \psi_{Rr} \end{bmatrix} + \frac{r_R x_H}{x_R} \begin{bmatrix} i_p \\ i_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

Međutim, za nalaženje vektora rotorskog fluksa prema (3) potrebno je izračunati vrijednosti komponenta  $i_p, i_r$  vektora statorske struje u koordinatnom sistemu koji se vrti zajedno sa rotorom. Osim toga, pošto se sinteza signala za upravljanje poluprovodničkih prekidača energetskog pretvarača vrši u nepokretnom koordinatnom sistemu  $(\alpha, \beta)$ , komponente  $\psi_{Rp}, \psi_{Rr}$  vektora fluksa dobijenog pomoću modela (3) moraju se naknadno transformisati u nepokretni koordinatni sistem. Obje transformacije, neophodne pri korišćenju modela (3) date su kao:

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_r \\ \psi_{Rp} \\ \psi_{Rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \cos\gamma \\ \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \psi_{R\alpha} \\ \psi_{R\beta} \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdje je:  $\gamma$  - ugao između koordinatnih sistema  $(p, r)$  i  $(\alpha, \beta)$ , a

$$n = \frac{d\gamma}{dt}$$

Razmotrimo konvergentnost modelskog fluksa rotora ka njegovoj stvarnoj vrijednosti. Diferencirajući razliku modelske i stvarne vrijednosti fluksa  $\Delta\psi_R$ , a na osnovu jednačina modela dobićemo

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\psi_{R\alpha} \\ \Delta\psi_{R\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_R/x_R & -n \\ n & -r_R/x_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\psi_{R\alpha} \\ \Delta\psi_{R\beta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\psi_{Rp} \\ \Delta\psi_{Rr} \end{bmatrix} = -\frac{r_R}{x_R} \begin{bmatrix} \Delta\psi_{Rp} \\ \Delta\psi_{Rr} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Jednačine (5) i (6) opisuju prigušeni prelazni proces sa amplitudom greške koja teži ka nuli po eksponencijalnom zakonu  $\exp(-tx_R/r_R)$ , pa je u tom smislu konvergencija modela (2) i (3) ekvivalentna. Objasnimo detaljnije pitanja osjetljivosti dinamičkih modela na greške mjerenja parametara asinhronne mašine i ulaznih veličina modela.

#### Uticaj greške mjerenja ugaone brzine rotora

Ovaj slučaj se, očigledno, odnosi samo na model rotorskog kola (2). Neka se vrijednost ugaone brzine  $n$ , koja se koristi pri modeliranju, razlikuje od stvarne vrijednosti za  $\Delta n$ ; tada je:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \psi_{R\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_R/x_R & -n-\Delta n \\ n+\Delta n & -r_R/x_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{R\alpha} \\ \psi_{R\beta} \end{bmatrix} + \frac{r_R x_H}{x_R} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (7)$$

Model rotorskog kola (7) je oscilatorna kontura sa dekrementom prigušenja  $-r_R/x_R$  i rezonantnom frekvencom  $n+\Delta n$ . Pošto se rezonantne frekvence modelskog i stvarnog bloka razlikuju za  $\Delta n$ , dok su ulazni signali u oba bloka jednaki  $(i_\alpha, i_\beta)$ , izlazni signali iz ovih blokova će se u stacionarnom stanju razlikovati za kompleksnu veličinu  $\Delta\psi_R$

$$\Delta\psi_R = \frac{j\Delta n}{\frac{r_R}{x_R} + j(s-\Delta n)} \psi_R \quad (8)$$

gdje je:  $s = \omega - n$  klizanje asinhronne mašine;  $\Psi_R$  - stvarna vrijednost vektora rotorskog fluksa u kompleksnoj formi. Iz relacije (8) se lako dobija da je neophodno da bude

$$\Delta n \ll \frac{r_R}{x_R} \quad (9)$$

kako bi relativna greška računanja rotorskog fluksa bila zanemarljiva, tj.  $\|\Delta\Psi_R\| \ll \|\Psi_R\|$ . Tako npr. za mašine 1-10 kW vrijednost  $r_R/x_R$  se obično nalazi u granicama 1-10%, pa je dopuštena relativna greška mjerenja brzine 0,1-1% za puni dijapazon frekvenci statorske struje. Zahtjevi na tačnost mjerenja ugaone brzine mogu se oslabiti ako se smanji dijapazon u kome se ona mijenja.

#### Uticaaj greške koju unose množači

Ovaj slučaj je također interesantan samo za model rotorskog kola (2). Obično množači imaju za red veličine manju tačnost od sumatora i integratora. Neka upotrijebljeni množači imaju grešku u izlaznom signalu, koja ne prelazi granice  $\pm\Delta_1$  i  $\pm\Delta_2$ , respektivno. Razmotrimo specijalan slučaj, kada su frekvencija ulaznog signala u model - statorske struje i ugaona brzina rotora jednake nuli, a  $\Delta_1$  i  $\Delta_2$  su konstante. U stacionarnom stanju tada vrijedi

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{Ra} \\ \Delta\Psi_{R\beta} \end{bmatrix} = \frac{x_R}{r_R} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Kako se zbog efektivnosti sistema upravljanja u stacionarnom nominalnom režimu obično održava  $\|\Psi_R\| \approx 1$ , da bi relativna greška izračunatog rotorskog fluksa bila zanemarljiva, moraju biti ispunjeni uslovi:

$$\Delta_1 \ll \frac{r_R}{x_R} \quad \Delta_2 \ll \frac{r_R}{x_R} \quad (11)$$

Dakle, za normalan rad modela rotorskog kola koji zahtijeva informaciju o vrijednosti ugaone brzine rotora moraju biti ispunjeni određeni zahtjevi na tačnost mjerenja ugaone brzine i operacije množenja. Totalna relativna greška ne smije prelaziti vrijednost  $r_R/x_R$ . Ovaj zahtjev često neće biti ispunjen ako se pri realizaciji modela rotorskog kola koriste standardni davači ugaone brzine i standardni množači, koji imaju tačnost reda 0,5-2%. Ako se, pak, sa takvom opremom želi postići zadovoljavajuća tačnost, valja postaviti ograničenje na maksimalnu ugaonu brzinu, tako da i pri njoj odnos  $r_R/x_R$  bude još dovoljno veliki.

Model (3), (4) nema navedenih nedostataka. Naime, nije teško pokazati da greška direktne ili inverzne transformacije (4), koja se vrši nad ulaznim i izlaznim signalima modela (3), prouz-

rokuje grešku u računanju fluksa koja je jednaka greški transformacije.

#### Uticao greške postavljanja parametara mašine

Parametar  $r_R/x_R$  je teško izmjeriti direktno pošto je rotor mašine kratko spojen. Indirektne metode proračuna parametra  $r_R/x_R$  mogu dovesti do znatnih grešaka (10-20%). Greška u postavljanju parametra  $r_R/x_R$  utiče samo pri nenultim klizanjima asinhronne mašine, tj. u prelaznim režimima ili pod teretom. Greška računanja rotorskog fluksa u stacionarnom režimu iznosi (u kompleksnom obliku):

$$\Delta \Psi_R = \frac{j s \Delta}{\frac{r_R}{x_R} (1 + \Delta) + j s} \Psi_R \quad (12)$$

gdje je  $\Delta$  - relativna greška parametra  $r_R/x_R$ . Za normalno funkcionisanje modela (2) i (3) relativna greška  $\Delta$  mora zadovoljiti nejednakost

$$\Delta \ll \frac{r_R}{x_R \cdot s} \quad (13)$$

Relacija (13) se može razmatrati i kao oblast dopuštenih klizanja asinhronne mašine.

Greška u postavljanju parametra  $x_H$  ekvivalentna je promjeni koeficijenta pojačanja dinamičkih modela rotorskog kola po ulaznom signalu - statorskoj struji mašine. Parametar  $x_H$  se obično izračunava na osnovu izmjerene struje praznog hoda mašine, pa se može smatrati da se njegova vrijednost zadaje sa dovoljnom tačnošću. Moguće greške u postavljanju  $x_H$  mogu se iskompenzirati promjenom zadane vrijednosti modula rotorskog fluksa (L.1, L.2, L.3).

#### ZAKLJUČAK

Analiza osjetljivosti dinamičkih modela rotorskog kola asinhronne mašine pokazuje da model (3), (4), sa transformacijom u koordinatni sistem čvrsto vezan za rotor i obratnom transformacijom u nepokretni koordinatni sistem, ne nameće stroge uslove na tačnost transformacije. Ipak, ovaj model ima značajan nedostatak - složeniji je. Zbog toga je pogodnije koristiti model rotorskog kola (2) u nepokretnom koordinatnom sistemu, ako su parametri asinhronne mašine i radni dijapazon ugaonih brzina takvi da davač ugaone brzine i množači imaju dozvoljene greške.

LITERATURA

1. A. Šabanović  
D.B. Izosimov, Application of sliding modes to induction motor Control, IEEE Trans. on Ind. App. vol. IA - 17  
No 1, p.p. 41-50, january/february 1981.
2. F. Bilalović  
A. Šabanović  
D.B. Izosimov, Upravljanje mehaničkih koordinata kavezne asinhronne mašine, "Automatika" 1-2/78, 1978.
3. F. Blaschke, Das Prinzip der Feldorientierung die Grundlage für die Transvektor Regelung von Drehfeldmaschinen, "Siemens - Z", 1971, 45, No 10.
4. F. Blaschke,  
K. Böhm Verfahren der Felderfassung bei der Regelung stromrichter gespeister Asynchronmaschinen, Control in power electronics and electrical drives, IFAC symposium, Duesseldorf, october 7-9, 1974.
5. K.P. Kovač,  
I. Rac , Perehodnye processy v mashinah permennogo toka, Gosenergoizdat, Moskva 1963.

