

## ROBUSNI DECENTRALIZOVANI REGULATOR PARALELNE SPREGE DC/DC KONVERTORA

Trajko Petrović, *Elektrotehnički fakultet, Beograd*  
Slavko Vasilović, *Energoprojekt-Hidroinženjering, Beograd*

*Sadržaj:* U radu se razmatra jedan od aspekata problema robusnog upravljanja multivarijabilnim procesima: sinteza decentralizovanog regulatora. Projektovani su optimalni decentralizovani regulatori paralelne sprege dc/dc konvertora, robusni u odnosu na referentne signale i robusni u odnosu na poremećaje. Robusnost spregnutog sistema sa projektovanim regulatorima, ispitana je i komparirana, na matematičkom modelu, u frekvencijskom i vremenskom domenu.

*Ključne reči:* dc/dc konvertor / odstupanje modela / strukturirana singularna vrednost / decentralizovani regulator / robusna stabilnost / robusna performansa

### 1. UVOD

Osnovne postavke teorije robusnog upravljanja date su u [1] i [2]. U [3] se nalazi detaljan pregled dc/dc konvertora. U [4,5] je modeliran dc/dc konvertor kao monovarijabilan proces i za njega projektovan Internal-Model-Control (IMC) regulator. Model multivarijabilnog procesa, paralelne sprege dc/dc konvertora, razvijen je u [6,7]. Za multivarijabilni model projektovani su decentralizovani regulator [8], regulator na bazi inverzije dinamike i IMC regulator [9].

Kako je u [8] projektovan decentralizovani regulator robusan u odnosu na referencu ( $DR_{r,0}$ ), u ovom radu projektovan je decentralizovani regulator robusan u odnosu na poremećaj ( $DR_{0,d}$ ). Ideja je da se uporedi robusnost sistema sa  $DR_{r,0}$  i  $DR_{0,d}$  u frekvencijskom domenu, i tranzijentnom analizom verifikuju dobijeni rezultati.

### 2. PROCES

Prekidački izvor jednosmernog napona konvertuje jednosmerni ulazni napon u jednosmerni izlazni napon. Pri konverziji postavlja se zahtev da izlazni napon bude što manje zavistan od promene ulaznog napona i opterećenja. Prekidački izvori jednosmernog napona paralelno se sprežu kada zahtevana snaga prevazilazi mogućnosti jednog dc/dc konvertora kao i u cilju povećanja pouzdanosti uređaja.

Analitičke aproksimacione metode omogućuju da se dc/dc konvertori modeliraju kao kontinualni linearni sistemi. Usrednjavanjem u prostoru stanja moguće je da se prekidački (diskontinualni) sistem aproksimira kao kontinualni nelinearni sistem, a zatim se linearizacijom dobija linearni sistem. Problem izvođenja kontinualanog linearnog sistema za dovoljno male amplituda i dovoljno niske frekvencije, u odnosu na frekvenciju prekidanja, detaljno je izložen u [3] i nije predmet ovog rada.

U radu je korišćen proces modeliran u [6,7] gde su definisani i osnovni elementi potrebni za sintezu robusnog upravljanja, kao što su odstupanje modela i zahtev za performansom spregnutog sistema.

Upravljačke promenljive sistema dva paralelno spregnuta dc/dc buck konvertora su faktori ispunje prekidačkih tranzistora  $d_{q1}$  i  $d_{q2}$ . Poremećaji su ulazni naponi  $e_1$  i  $e_2$ , i

promena opterećenja  $i_g$ . Izlazne promenljive su izlazni napon  $v_{out}$  i raspodela opterećenja između modula  $\delta i_{out}$ . Funkcije prenosa modela procesa  $\tilde{P}$  (model dejstva upravljačke promenljive na izlaz) i  $\tilde{P}_d$  (model dejstva poremećaja na izlaz), dobijene usrednjavanjem u prostoru stanja i linearizacijom date su sledećim izrazima

$$\tilde{P} = \frac{4.225}{\frac{s^2}{2060^2} + \frac{s}{2230} + 1} \begin{bmatrix} \frac{s}{8870} + 1 & \frac{s}{8870} + 1 \\ -8\left(\frac{s}{777} + 1\right) & 8\left(\frac{s}{777} + 1\right) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\tilde{P}_d = \frac{0.21}{\frac{s^2}{2060^2} + \frac{s}{2230} + 1} \begin{bmatrix} \frac{s}{8870} + 1 & \frac{s}{8870} + 1 & 2.35\left(\frac{s^2}{2850^2} + \frac{s}{833} + 1\right) \\ -8\left(\frac{s}{777} + 1\right) & 8\left(\frac{s}{777} + 1\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Model  $\tilde{P}$  odstupa od procesa  $P$  usled nemodelirane dinamike, nelinearnosti sistema i tolerancije komponenata električnog kola. Odstupanje modela izvora koji radi u paraleli sa drugim izvorom ne zavisi od odstupanja modela drugog izvora, i obrnuto. Na osnovu ovih pretpostavki odstupanje modela  $\tilde{P}$  od procesa  $P$  opisano je multiplikativnom perturbacijom na ulazu  $L$ , odnosno gornjom granicom odstupanja  $l_u$  i normalizovanom blok dijagonalnom perturbacionom matricom  $\Delta_u$

$$P = \tilde{P}(I + L) = \tilde{P}(I + l_u \Delta_u), \quad \bar{\sigma}(\Delta_u) \leq 1 \quad (3)$$

$$\Delta_u = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Merenjima na realnom procesu i simulacijom mogućih frekventnih odziva procesa utvrđena je sledeća gornja granica modela

$$l_u = 0.5 \left( \frac{s}{9 \cdot 10^3} + 1 \right) I \quad (5)$$

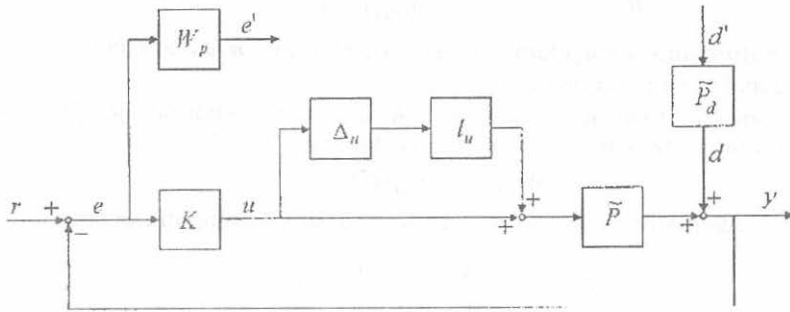
Operator  $W_p$  je težinski filter koji definiše gornju granicu pojačanja komponenata signala greške  $E$  u frekvencijskom domenu i predstavlja zahtevanu performansu spregnutog sistema. Zahtevane granične vrednosti za sistem sa povratnom spregom, brzinska konstanta veća od 640 rad/s i vremenska konstanta manja od 1 ms, uslovljavaju sledeću izraz za težinski operator  $W_p$

$$W_p = \frac{0.64s + 640}{s} I \quad (6)$$

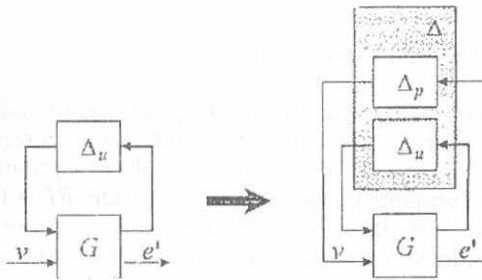
### 3. ROBUSNA ANALIZA

Sinteza i analiza robusnog upravljanja, korišćenjem strukturirane singularne vrednosti, zahteva formiranje matrice interkonekcije pomoću blok dijagrama na Sl. 1. gde su korišćeni prethodno definisani blokovi, kao i regulator  $K$ .

Blok dijagram sa Sl. 1. je transformisan u osnovnu strukturu u analizi na Sl. 2. Matrica interkonekcije  $G$  je podeljena u četiri bloka čije dimenzije odgovaraju dimenzijama dva ulazna i dva izlazna vektora. Ulazni vektori su izlazi perturbacionog bloka  $\Delta_u$  i ulazi od interesa  $v$  (referentni signali, poremećaji). Izlazni vektori su ulazi bloka  $\Delta_u$  i ponderisana greška  $e'$ .  $G\Delta_u$  forma je transformisana u  $G\Delta$  formu tako da je



Sl. 1. Blok dijagram za formiranje matrice interkonekcije



Sl. 2.  $G-\Delta_u$  i  $G-\Delta$  forma

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_u & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix}, \quad \overline{\sigma}(\Delta_p) \leq 1. \quad (7)$$

Funkcije prenosa operatora osjetljivosti  $\tilde{E}$ , u zavisnosti da li se osjetljivost posmatra u odnosu na referentni signal ( $v=r$ , kako je definisano u [8]) ili u odnosu na poremećaj ( $v=d$ ), definisane su izrazima

$$\tilde{E}_{r,0} = (I + \tilde{P}K)^{-1} \quad (8)$$

$$\tilde{E}_{v,d} = -(I + \tilde{P}K)^{-1} \tilde{P}_d \quad (9)$$

Matrice interkonekcije koje odgovaraju definisanim operatorima osjetljivosti su

$$G_{r,0} = \begin{bmatrix} -K\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}l_u & K\tilde{E}_{r,0} \\ -W_p\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}l_u & W_p\tilde{E}_{r,0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$G_{0,d} = \begin{bmatrix} -K\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}l_u & -K\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}_d \\ -W_p\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}l_u & -W_p\tilde{E}_{r,0}\tilde{P}_d \end{bmatrix} \quad (11)$$

Kriterijum koji definiše meru performanse nominalnog spregnutog sistema [1] je mera nominalne performanse  $NP$ ,

$$NP = \sup_{\omega} np(\omega) = \sup_{\omega} \overline{\sigma}(W_p\tilde{E}) < 1 \quad (12)$$

Kriterijumi koji definišu meru performanse spregnutog sistema [1] u prisustvu strukturiranih perturbacija su mere robusne stabilnosti  $RS$  i robusne performanse  $RP$ .

$$RS = \sup_{\omega} rs(\omega) = \sup_{\omega} \mu_{\Delta}(G_1) < 1 \quad (13)$$

$$RP = \sup_{\omega} rp(\omega) = \sup_{\omega} \mu_{\Delta}(\tilde{G}) < 1 \quad (14)$$

Operator  $\mu$  je strukturirana singularna vrednost ( $\mu$ -norma) operanda, računata u odnosu na blok dijagonalnu strukturu matrice  $\Delta$ .

Zadatak sinteze robusnog regulatora  $K$  koristeći  $\mu$ -normu je pronalaženje regulatora koji minimizira indeks performanse definisan u (14)

$$\min_K \sup_{\omega} \mu_{\Delta}(\tilde{G}) \quad (15)$$

Izabran je decentralizovani regulator sa dva podešljiva parametra sa strukturom

$$\hat{K} = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} \tilde{k}_{d1} \tilde{P}_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & k_{d2} \tilde{P}_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

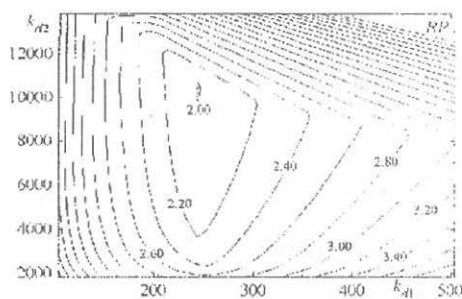
Zadatak sinteze (15) je pronalaženje optimalnih vrednosti parametara  $k_{d1}$  i  $k_{d2}$  koji minimiziraju (14).

#### 4. ROBUSNA SINTEZA I OPTIMIZACIJA

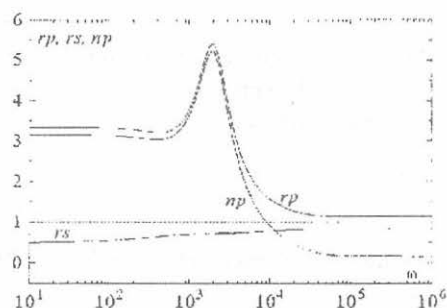
Projektovani su decentralizovani regulator  $DR_{r,0}$  robusan u odnosu na referentni signal i decentralizovani regulator  $DR_{0,d}$  robusan u odnosu na poremećaj.

Cilj sinteze je izbor podešljivih parametara koji daju najmanju vrednost za  $RP$  (daju najbolju robusnu performansu). Zbog toga je prikazano  $RP$  u funkciji podešljivih parametara  $k_{d1}$  i  $k_{d2}$ . Zatim je za izabrane parametre izračunato i prikazano  $rp$ ,  $rs$  i  $np$  u funkciji frekvencije. Vrednosti robusne performanse ( $RP$ ), robusne stabilnosti ( $RS$ ) i nominalne performanse ( $NP$ ) za projektovane regulatore date su u Tabeli 1.

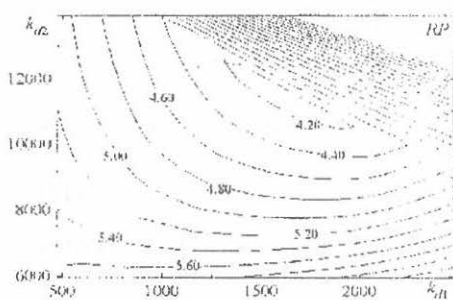
Na Sl. 3. prikazano je  $RP$ , kao konturni dijagram, u funkciji podešljivih parametara za matricu interkonekcije  $G_{r,0}$ . Parametri optimalnog regulatora  $DR_{r,0}$  su  $k_{d1}=244$  i  $k_{d2}=10540$ . Frekventni odzivi  $rp$ ,  $rs$  i  $np$ , za matricu  $G_{0,d}$ , prikazani su na Sl. 4.



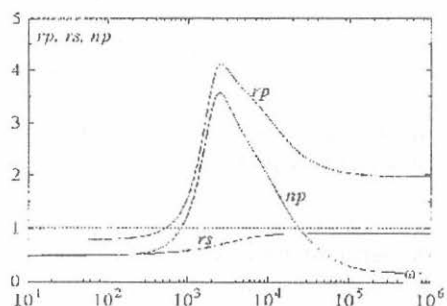
Sl. 3.  $RP$  za  $G_{r,0}$



Sl. 4.  $rp$ ,  $rs$  i  $np$  za  $DR_{r,0}$  i  $G_{0,d}$



Sl. 5.  $RP$  za  $G_{0,d}$



Sl. 6.  $rp$ ,  $rs$  i  $np$  za  $DR_{0,d}$  i  $G_{0,d}$

Na Sl. 5 prikazano je  $RP$ , kao konturni dijagram, u funkciji podešljivih parametara za matricu interkonekcije  $G_{o,d}$ . Parametri optimalnog regulatora  $DR_{o,d}$  su  $k_{d1}=1624$  i  $k_{d2}=11576$ . Frekventni odzivi  $rp$ ,  $rs$  i  $np$ , za matricu  $G_{o,ab}$  prikazani su na Sl. 6.

Poredeći karakteristike regulatora sa Sl. 4. i Sl. 6. može se uočiti znatno bolja karakteristika  $DR_{o,d}$  regulatora u otklanjanju poremećaja, a što je i primarni zadatak u regulaciji dc/dc konvertora.

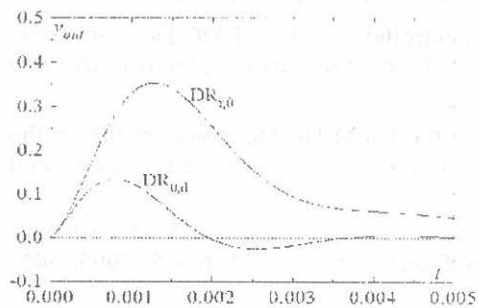
Tabela 1. Mere performanse i stabilnosti spregnutog sistema

Sl.	regulator	$k_{d1}$	$k_{d2}$	$RP$	$RS$	$NP$
4	$DR_{r,u}$	244	10540	5.40	0.83	5.22
6	$DR_{o,d}$	1624	11576	4.11	0.91	3.57

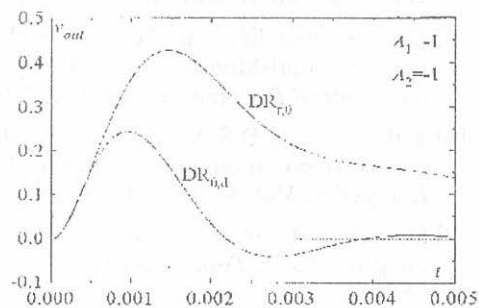
## 5. TRANZIJENTNA ANALIZA

Na Sl. 7-10. prikazani su karakteristični vremenski odzivi na jedinične odskočne poremećaje nominalnog i perturbovanog spregnutog sistema, sa projektovanim regulatorima  $DR_{r,u}$  i  $DR_{o,d}$ .

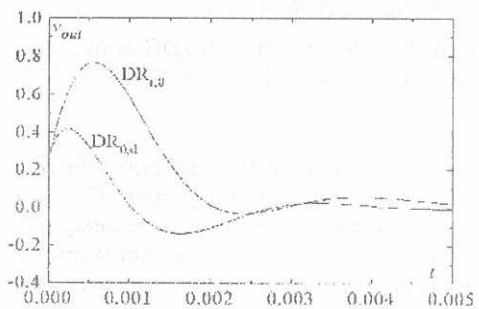
Za zadovoljavajuću verifikaciju, u tranzijentnoj analizi, proračunatih robusnih performansi prikazani su karakteristični vremenski odzivi za različite kombinacije maksimalnih apsolutnih vrednosti  $\Delta_1$  i  $\Delta_2$ . U praksi, odstupanje modela je znatno manje od ovde pretpostavljenog, tako da vremenski odzivi imaju slične karakteristike kao i prikazani, ali srazmerno manje izražene.



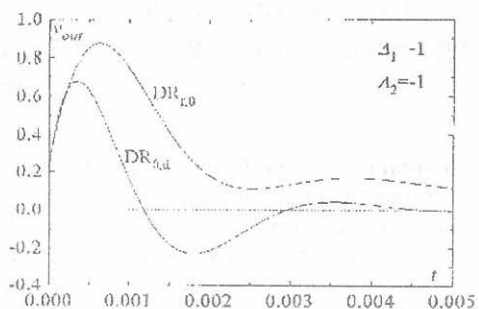
Sl. 7. Nominalni spreg. sistem,  $e_1=1$



Sl. 8. Perturbovani spreg. sistem,  $e_1=1$



Sl. 9. Nominalni spreg. sistem,  $i_g=1$



Sl. 10. Perturbovani spreg. sistem,  $i_g=1$

Spregnuti sistem sa  $DR_{o,d}$  (Sl. 6.) ima bolju nominalnu i robusnu performansu od spregnutog sistema sa  $DR_{r,u}$  (Sl. 4.), posebno na nižim frekvencijama, što se može uočiti i na vremenskim odzivima na Sl. 7-10., kao brže dostizanje stacionarnog stanja.

## 6. ZAKLJUČAK

Za definisani proces i zahteve koji se postavljaju za njegovom performansom projektovani su optimalan decentralizovani regulator robustan u odnosu na referentni signal  $DR_{r,0}$  i optimalan decentralizovan regulator robustan u odnosu na poremećaj  $DR_{u,d}$ . Robusnost projektovanih regulatora ispitana je frekvencijskom i tranzijentnom analizom stabilnosti i performanse nominalnog i perturbovanog spregnutog sistema.

Regulator  $DR_{u,d}$  bolje otklanja poremećaje od  $DR_{r,0}$  regulatora zahvaljujući modifikovanju operatora osetljivosti i matrice interkonekcije. Zahtevana robusna performansa nije potpuno ostvarena usled jednostavne strukture i malog broja podešljivih parametara regulatora.

## LITERATURA

- [1] M. Morari, E. Zafiriou: *Robust Process Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
- [2] J.M. Maciejowski: *Multivariable Feedback Design*, Wokingham: Addison-Wesley, 1989.
- [3] D.M. Mitchell: *DC-DC Switching Regulator Analysis*, New York: McGraw-Hill, 1988.
- [4] T.B. Petrović, Đ.S. Garabandić: Modern robust controller design for PWM DC/DC converters, *Journal of Automatic Control*, Vol. 3, No. 1, 1993, 39-56.
- [5] Đ.S. Garabandić, T.B. Petrović: Robust controllers for PWM DC/DC converters using Internal-Model-Control (IMC) design, Proc. IME part I: *Journal of Systems and Control Engineering*, 1993, 127-134.
- [6] T.B. Petrović, Đ.S. Garabandić: Paralleling the PWM DC/DC power supplies: the multivariable modeling approach, *Facta Universitatis*, Series: Electronics and Energetics, Vol. 8, No. 1, 1995, 29-43.
- [7] Đ.S. Garabandić, T.B. Petrović: Modeling Parallel Operating Switch Mode Power Supplies, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 5, 1995, 545-551.
- [8] Đ.S. Garabandić, T.B. Petrović: Robust decentralized control of parallel dc/dc converters, *Archiv für Elektrotechnik*, Vol. 79, No. 1, 1996, 47-53.
- [9] Đ.S. Garabandić, T.B. Petrović: Robust controllers for parallel DC/DC converters, *Facta Universitatis*, Series: Electronics and Energetics, Vol. 9, No. 2, 1996, 275-299.

**Abstract:** The synthesis of decentralized controller as a part of the problem referring to robust control of multivariable processes is investigated in the paper. Optimal decentralized controllers of parallel operating switching power supplies are designed, controllers being robust for reference signals and for disturbances. The robustness of feedback systems with designed controllers is tested and compared in frequency and time domain.

## ROBUST DECENTRALIZED CONTROLLER OF PARALLEL OPERATING DC/DC CONVERTERS

Trajko B. Petrović, Slavko M. Vasilic