

NUMERIČKA ANALIZA SILE NA KOTVU NELINEARNOG ELEKTROMAGNETA

Miroslav Prša, Rajko Maljković*, Bogdan Šuput, Karolina Kasaš-Lažetić
Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Srbija i Crna Gora
*”Luka Bar”, Bar, Srbija i Crna Gora

Sadržaj: *Da bi se ostvarila veća sila kojom elektromagnet privlači kotvu, koncipiran je elektromagnet na E-I transformatorskom jezgru, pri čemu je namotaj elektromagneta bi postavljen na paket E limova, a kotvu je predstavljao paket I limova. Materijal od koga su napravljeni limovi je nelinearan feromagnetik, a njegova kriva magnećenja je snimljena pomoću balističkog galvanometra. Korišćenjem programa na bazi metode konačnih elemenata i iterativnog postupka za nelinearne probleme, određeno je magnetsko polje u feromagnetskom jezgru i van njega, a zatim je, na osnovu tih rezultata, određena sila koja deluje na kotvu, pri različitim rastojanjima kotve od E jezgra. Rezultati proračuna su verifikovani merenjima i ceo taj postupak je opisan u ovom radu.*

Ključne reči: *Nelinearan elektromagnet, određivanje sile, eksperimentalna provera dobijenih rezultata*

1. UVOD

Elektromagnet koncipiran u obliku namotaja na EI jezgru, pri čemu I dio jezgra čini kotvu elektromagneta, korišćen je za određivanje sile kojom elektromagnet privlači kotvu.

Osnovni parametar elektromagneta, kao komponente koja pretvara električnu energiju u mehaničku, jeste intezitet ostvarene sile. Zato je, u cilju racionalnog projektovanja, neophodno poznavati uticaj ostalih parametara sistema na istu, a ti parametri su: jačina struje kroz pobudne namotaje elektromagneta, rastojanje između jezgra elektromagneta i kotve, kao i ostali parametri koji ostaju konstantni u ovom razmatranju.

U radu je korišćenjem iterativne 2D metode konačnih elemenata za određivanje magnetskog polja, određeno magnetsko polje elektromagneta, sa jezgrom od nelinearnog feromagnetskog materijala, u svim tačkama posmatranog domena, za različite vrednosti parametara koji variraju. Na osnovu dobijenih rezultata je, zatim, određena sila kojom elektromagnet deluje na kotvu, izvršena eksperimentalna provera dobijenih rezultata, i pokazana zavisnost te sile od veličina koje su varirane.

2. PARAMETRI POSMATRANOG ELEKTROMAGNETA

Oblik elektromagneta i kotve, koji se posmatraju u ovom radu, prikazani su na slici 1., gde osenčen deo

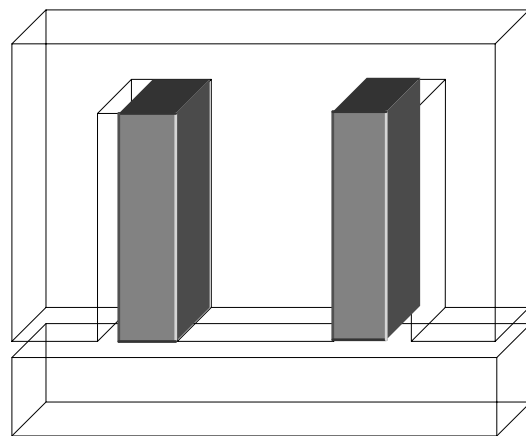
prostora predstavlja namotaj elektromagneta, a druga dva dela su jezgro elektromagneta i kotva.

Parametri razmatranog elektromagneta su sledeći:

- Tip lima – oznaka jezgra: EI-5
- Poprečni presek jezgra u sredini: $28 \times 28 \text{ mm}^2$
- Poprečni presek jezgra u ostalim delovima: $28 \times 14 \text{ mm}^2$
- Broj zavojava: 50
- Prečnik provodnika pobudnog namotaja: 1,9 mm

Kriva magnećenja za feromagnetski materijal jezgra elektromagneta i kotve, koji su napravljeni od istih listova transformatorskog lima, određena je balističkom metodom.

Razmatrane vrednosti jačine pobudne struje I su: 2, 4, 5, 8 i 10 A, i za rastojanje d: 0; 0,3; 0,6; 0,9; i 1,2 mm.



Sl. 1. Oblik elektromagneta i kotve.

3. FORMULACIJA PROBLEMA

Prva etapa problema je određivanje magnetskog polja u posmatranom domenu, za određenu pobudu i poznate granične uslove. Magnetsko polje, prikazano vektorom magnetske indukcije \vec{B} , određujemo preko magnetskog vektor potencijala \vec{A} , koji, u ovom slučaju, zadovoljava diferencijalnu jednačinu

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{A}) = \mu \cdot \vec{J}, \quad (1)$$

a iz \vec{A} se određuje vektor magnetske indukcije \vec{B} diferencijalnom jednačinom [1]

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}, \quad (2)$$

pri čemu je \vec{J} vektor gustine struje.

Jednačine (1) i (2) se rešavaju numeričkim putem, a rešenje je predstavljeno kao matrica kolona vrednosti intenziteta magnetskog vektor potencijala \vec{A} , odnosno, matrica kolona vrednosti intenziteta vektora magnetske indukcije \vec{B} u određenim tačkama, tačnije rečeno u elementima posmatranog domena.

Na osnovu dobijenih vrednosti za vektor \vec{B} određuje se sila kojom magnetsko polje elektromagneta deluje na kotvu. Za izračunavanje te sile koristiće se metoda izračunavanja sile preko pritiska [1], koja je izražena jednakošću

$$\vec{F}_{rez} = \oint_S p \cdot d\vec{S}, \quad (3)$$

gde je:

\vec{F}_{rez} – rezultantna sila na zatvorenu razdvojniu površ,

S - zatvorena površ koja obuhvata kotvu elektromagneta,

$d\vec{S}$ - normala na zatvorenu površ S , usmerena, po dogovoru, iz površi u polje,

p - pritisak na razdvojnoj površi dve magnetski različite sredine (*referentni smer pritiska 2 ka 1*), koji se određuje iz sledeće relacije:

$$p = \frac{1}{2} \cdot (\mu_2 - \mu_1) \cdot \left(H_t^2 + \frac{B_n^2}{\mu_1 \cdot \mu_2} \right). \quad (4)$$

U gornjoj jednačini je:

μ_1 – permeabilnost sredine 1,

μ_2 – permeabilnost sredine 2,

H_t – tangencijalna komponenta vektora jačine magnetskog polja,

B_n – normalna komponenta vektora magnetske indukcije (*posmatrano u odnosu na razdvojniu površ*).

U konkretnom problemu, zatvorena površ S je postavljena po spoljnoj strani kotve, odnosno, nalazi se u vakuumu, uz samu površ kotve, a smer normale okrenut je van površi.

Za tako postavljenu površ S vrednosti permeabilnosti sredina su:

$$\mu_1 = \mu_0, \quad (5)$$

$$\mu_2 = \mu, \quad (6)$$

gde su:

μ_0 - permeabilnost vazduha,

μ - permeabilnost nelinearnog feromagnetskog materijala.

Uzimajući u obzir jednakosti (5) i (6), jednačina (4) dobija sledeći oblik

$$p = \frac{1}{2} \cdot (\mu - \mu_0) \cdot \left(H_t^2 + \frac{B_n^2}{\mu_0 \cdot \mu} \right). \quad (7)$$

Permeabilnost feromagnetskog materijala je uvek mnogo veća od μ_0 ,

$$\mu \gg \mu_0, \quad (8)$$

što znači da su, na osnovu zakona o prelamanju linija magnetskog polja, linije oba vektora magnetskog polja praktično normalne na površ feromagnetika, odnosno,

$$H_t^2 \ll \frac{B_n^2}{\mu_0 \cdot \mu}. \quad (9)$$

Prema tome, izraz (7), prelazi u oblik

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_n^2}{\mu_0}, \quad (10)$$

a izraz (3) prelazi u konačan oblik jednačine za izračunavanje sile u razmatranom slučaju,

$$\vec{F}_{rez} = \frac{1}{2} \cdot \oint_S \frac{B_n^2}{\mu_0} \cdot d\vec{S}. \quad (11)$$

Rezultate dobijene računskim putem treba uporediti sa rezultatima merenja sile, čime bi se dobila prava potvrda ispravnosti numeričke metode.

4. ODREĐIVANJE MAGNETSKOG POLJA

4.1. Iterativna 2D metoda konačnih elemenata za proračun magnetskog polja

Iterativna 2D metoda konačnih elemenata predstavlja numeričku metodu koja spada u grupu približnih metoda za rešavanje problema vremenski konstantnog magnetskog polja i danas je najčešće korišćena metoda u svetu. Uopšte, numeričke metode se koriste kod problema gde imamo zadatu strujnu raspodelu u nehomogenoj sredini ili probleme sa realnim nelinearnim feromagneticima, kod kojih je do rešenja teško ili nemoguće doći pomoću analitičkih metoda. U našem slučaju imamo zadatu strujnu raspodelu sa realnim nelinearnim feromagnetikom, što za rešavanje zahteva primenu jedne od numeričkih metoda sa iterativnim postupkom.

Za metodu konačnih elemenata se može reći da, u odnosu na ostale numeričke metode, ima bržu konvergenciju ka rešenju. Algoritam rešavanja problema kod ove metode je sledeći.

Nad dvodimenzionalnim domenom u kojem određujemo magnetsko polje, formiramo mrežu konačnih elemenata, tako da je mreža, u delovima domena gde su prostorne promene polja koje nas interesuje izraženije, mnogo gušća nego u perifernim delovima. U tačkama presecanja postavljene mreže konačnih elemenata, određujemo vrednost magnetskog vektor potencijala, a jednačina na osnovu koje dobijamo rešenje je funkcional

$$F = \int_V \left[\frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \left| \text{rot}\vec{A} \right|^2 - J \cdot A \right] \cdot dv, \quad (12)$$

koji treba minimizovati, pri čemu je uzeto u obzir da su vektor gustine struje \vec{J} i magnetski vektor potencijal \vec{A} kolinearni. Pored toga, mrežu konačnih elemenata postavljamo tako da su oba vektora normalna na njenu ravan.

Iz uslova minimizacije funkcionala (12) dobijamo matricnu jednačinu [2]

$$[C]^{(i)} \cdot [A]^{(i+1)} = [b]^{(i)}. \quad (13)$$

U prethodnoj matricnoj jednačini su

$[C]^{(i)}$ - globalna matrica sistema, (*vrednost u i -toji iteraciji*),

$[A]^{(i+1)}$ - matrica kolona intenziteta magnetskog vektor potencijala, (vrednost dobijena u $(i+1)$ -oj iteraciji),

$[b]^{(i)}$ - matrica kolona pobude i graničnih uslova, (vrednost u i -toj iteraciji).

Dalji postupak je da se, iz matrice kolone magnetskog vektor potencijala, po jednačini (2), koja se rešava numeričkim putem, dobije vrednost intenziteta vektora magnetske indukcije, u konačnim elementima. S obzirom, da se u daljem postupku koristi kriva magnećenja feromagnetskog materijala, koja je predstavljena preko reluktanse, odnosno, recipročne vrednosti permeabilnosti, za opisivanje nelinearnosti feromagnetskog materijala, koristi se funkcija $v=f(B)$. Dalje se, na osnovu tako snimljene krive magnećenja feromagnetskog materijala i dobijene vrednosti intenziteta vektora magnetske indukcije, izračunava nova vrednost matrice kolone reluktanse, na osnovu koje se formira globalna matrica sistema i matrica kolona pobude i graničnih uslova za sledeću iteraciju. Grafički prikaz opisanog postupka je:

$$\Rightarrow [C]^{(i)} \cdot [A]^{(i+1)} = [b]^{(i)} \rightarrow [A]^{(i+1)} \rightarrow [B]^{(i+1)} \rightarrow [V]^{(i+1)} \rightarrow [C]^{(i+1)} \cdot [b]^{(i+1)} \Rightarrow$$

gde su:

$[B]^{(i+1)}$ - matrica kolona vrednosti intenziteta vektora magnetske indukcije u konačnim elementima,

$[V]^{(i+1)}$ - matrica kolona vrednosti reluktanse sredine u konačnim elementima.

Dimenzije matrica u izrazu (13) zavise od broja tačaka u mreži definisanoj nad zadatim domenom, dok dimenzija matrica magnetske indukcije i reluktanse sredine zavise od broja elemenata u mreži.

Veličina preko koje je definisan uslov kraja iterativnog postupka data je jednačinom

$$\delta^{(i)} = \left| \frac{\sum_{k=1}^N A_k^{(i)} - \sum_{k=1}^N A_k^{(i-1)}}{\sum_{k=1}^N A_k^{(i)}} \right| \cdot 100 < \varepsilon [\%], \quad (14)$$

pri čemu je sam uslov prekida da $\delta^{(i)}$ i $\delta^{(i-1)}$ istovremeno imaju vrednost manju od nekog definisanog ε .

U prethodnoj jednačini su

$A_k^{(i)}$ - vrednost intenziteta magnetskog vektor potencijala u k -toj tački, i i -toj iteraciji,

$A_k^{(i-1)}$ - vrednost intenziteta magnetskog vektor potencijala u k -toj tački, i $(i-1)$ -oj iteraciji,

N - broj tačaka u mreži konačnih elemenata,

ε - razlika u procentima. [2]

4.2. Konstrukcija mreže konačnih elemenata

Na osnovu geometrije problema, očigledno je da će se problem rešavati u XY ravni Dekartovog koordinatog sistema, pri čemu su pravci magnetskog vektor potencijala i vektora gustine struje kolinearni sa z osom, odnosno, normalni na posmatranu ravan.

U obuhvaćenju oblasti imamo sredine definisane reluktansom ν_0 - vazduh; prvobitnom krivom magnećenja - feromagnetik; reluktansom ν_0 i gustinom pobudne struje J_p - provodnik.

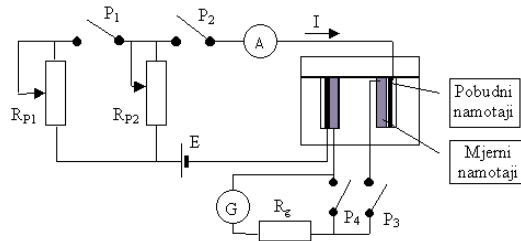
Raspored i broj konačnih polja je konstantan u svim oblastima, osim u procepu d , gdje je različit za različite veličine procepa, kao što je prikazano u Tabeli 1.

Tabela 1. Broj konačnih elemenata

d [mm]	0	0,3; 0,6	0,9; 1,2
Broj konačnih el. u procepu	-	168	336
Ukupan broj konačnih el.	1232	1400	1568

4.3. Određivanje krive magnećenja

U postupku određivanja krive magnećenja, korišćena je Balistička metoda, u literaturi opisana kao Balistička metoda sa prstenastim uzorkom [4]. U ovom postupku, umesto prstenastog uzorka materijala, korišćen je već izrađen elektromagnet koji sa kotvom čini prigušnicu, stim što su postignuti isti uslovi kao kod prstenastog uzorka, odnosno, merni namotaj je postavljen tako da obuhvata isti magnetski fluks kao i pobudni namotaji, čime su postignuti identični uslovi po pitanju fluksa. Šema veza u Balističkoj metodi data je na slici 2.



Sli. 2. Šema veze u Balističkoj metodi.

Suština Balističke metode je merenje protekle količine naelektrisanja u mernom kolu, nastale usled promene magnetske indukcije ΔB_i u jezgu elektromagneta, koja je ostvarena skokovitim promenom jačine struje u pobudnom namotaju.

Jačine struje koje su dobijene promenama otpornosti potencijometara R_{p1} i R_{p2} , izmerene su ampermetrom u pobudnom kolu, i na osnovu tih vrednosti i jednačine

$$H_i = \frac{N_i \cdot I_i}{l_{sr}}, \quad (15)$$

dobijen je niz vrednosti intenziteta vektora jačine magnetskog polja H_i , pri čemu su N_i - broj zavojava pobudnog namotaja, I_i - jačina struje u pobudnom namotaju, l_{sr} - srednja dužina linija vektora jačine magnetskog polja.

Iz niza vrednosti otklona balističkog galvanometra α_i , dobija se niz vrednosti priraštaja intenziteta vektora magnetske indukcije ΔB_i ,

$$\Delta B_i = \frac{K_B}{N_2 \cdot S} \cdot \alpha_i, \quad (16)$$

gde su

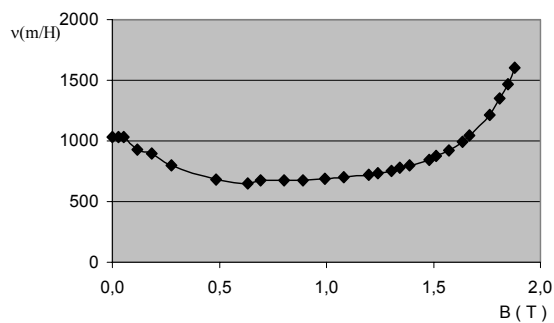
S - površina poprečnog preseka feromagnetskog jezgra prigušnice,

K_B - balistička konstanta galvanometra za merenje naponskih udara,

α_i - balistički otklon galvanometra,

N_2 - broj zavojava mernog namotaja.

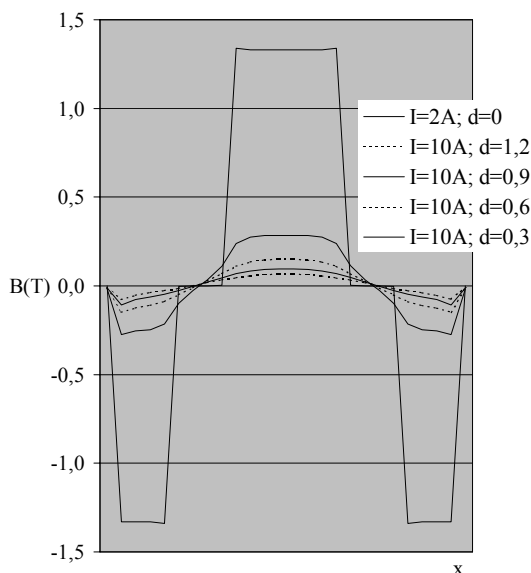
Ovako dobijeni rezultati [3] predstavljani su funkcijom $\nu=f(B)$ na slici 3.



Sl. 3. Zavisnost reluktanse od intenziteta vektora magnetske indukcije.

4.4. Grafički prikaz dobijenih rezultata

Na slici 4 su prikazane zavisnosti normalne komponente vektora magnetske indukcije, za različite vrednosti jačine pobudne struje I i veličine procepa d, dobijene primenom numeričke metode.



Sl. 4. Zavisnost y komponente vektora magnetske indukcije od prostorne koordinate x i jačine pobudne struje I, za različite vrednosti vazdušnog procepa d.

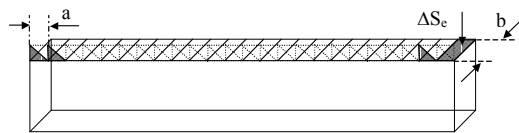
Dodatna provera dobijenih numeričkih rezultata biće urađena kroz njihovu dalju obradu, u narednom poglavlju.

5. IZRAČUNAVANJE INTENZITETA SILE

U analitičkoj formulaciji problema dat je konačan oblik jednačine za izračunavanje intenziteta sile kojom elektromagnet deluje na kotvu (11). Kod numeričkog oblika jednačine (11), integral mora da bude zamenjen sumom, dS konačno malom površinom ΔS_e , a vrednost normalne komponente vektora magnetske indukcije, posmatrano u odnosu na površ kotve, je diskretan niz vrednosti. Pri tome svaka vrednost odgovara jednom konačnom elementu, koji se oslanja na površ ΔS_e , i uzeto je da je ona konstantna,

$$F_{rez} = \frac{\Delta S_e}{2} \cdot \nu_0 \sum_{n=0}^{23} B_{285+2 \cdot n}^2 \quad (17)$$

U gornjoj jednačini su,
 F_{rez} – intenzitet rezultantne sile na kotvu,
 ΔS_e – elementarna površina,
 ν_0 – reluktansa vazduha
 B_i – vrednost normalne komponente vektora magnetske indukcije u i-tom konačnom elementu.



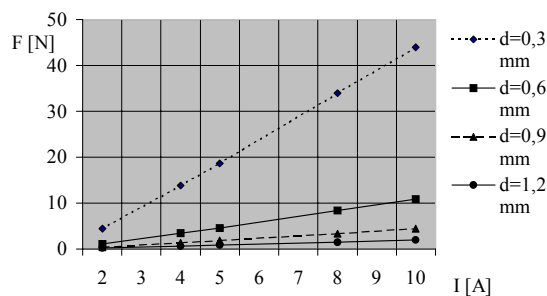
Sl. 5. Raspored i oblik konačnih elemenata i elementarnih površi na kotvi.

Pored analitičkih izmena u jednačini (11), jednačina (17) ne vrši integraljenje, odnosno, sumiranje po celoj površini kotve, već samo po strani kotve koja se nalazi do jezgra elektromagneta.

Na slici 5 prikazan je raspored i oblik konačnih elemenata i elementarnih površi.

Na osnovu veličina koje su prikazane na slici 5, vrednost elementarne površine je data sledećim izrazom,

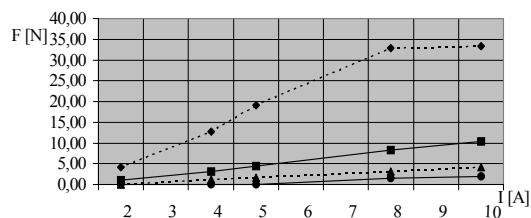
$$\Delta S_e = a \cdot b. \quad (18)$$



Sl. 6. Vrednosti intenziteta rezultantne sile dobijene numerički, u funkciji intenziteta pobudne struje.

Na osnovu prethodno izloženog i koristeći prethodno izračunate parove vrednosti inteziteta vektora magnetske indukcije i odgovarajućih vrednosti reluktanse, za svaki konačni element u mreži, dobijene su rezultantne vrednosti sile, prikazane na slici 6.

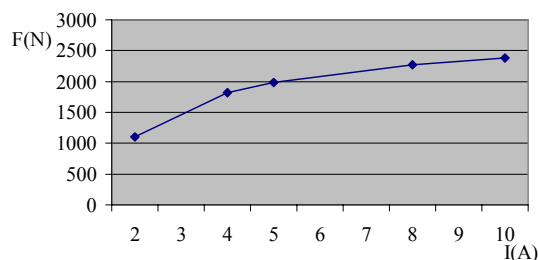
Radi provere numerički dobijenih rezultata, vršena su fizička merenja intenziteta sile, za uslove koji su definisani u programu. Zbog same konstrukcije elektromagneta, nije bilo moguće neko precizno merenje, odnosno, izvršeno je grubo merenje intenziteta sile.



Sl. 7. Vrednosti intenziteta rezultantne sile dobijene merenjem, u funkciji intenziteta pobudne struje.

Merenje je vršeno tako što se, na osnovu numeričkih rezultata, odredila vrednost intenziteta sile, a zatim je vršena provera da li je intenzitet sile kojom smo delovali na kotvu veća od intenziteta sile kojom elektromagnet

drži kotvu. Dalje je ta sila povećavana do momenta kada se kotva odvoji od elektromagneta. Vrednost intenziteta sile u slučajevima kada kalem ne drži kotvu nije merena, kao ni vrednosti preko 1000N, a ostali rezultati merenja su prikazani grafički na slici 7.



Sl. 8. Zavisnost intenziteta rezultante sile od jačine pobudne struje, za slučaj bez vazdušnog procepa.

Iz linearnosti dobijenih krivih možemo da zaključimo da feromagnetsko jezgro elektromagneta ni u jednom od prikazanih slučajeva ne ulazi u zasićenje. Slučaj zasićenja i nelinearne zavisnosti intenziteta sile od jačine pobudne struje, imamo za $d = 0$, što je prikazano na sl. 8. Ovaj slučaj nije dat u familiji krivih, jer su intenziteti sila za dva reda veličine veće od ostalih vrednosti; za te vrednosti (1106, 1825, 1987, 2268, 2387 N) u ovom slučaju nije bilo moguće fizičko merenje

6. ZAKLJUČAK

Kao što je prikazano u radu, razvijeni programski paket omogućava uspešno određivanje magnetskog polja čak i u nelinearnim situacijama i numerički proračun, sproveden do kraja postupka, dao je dovoljno tačne vrednosti sile koja deluje na kotvu elektromagneta. Time je dobijen moćan aparat za proračun i konstrukciju elektromagneta na feromagnetskom jezgru.

Na sugestiju recenzenta, izvršeno je poređenje dobijenih rezultata sa rezultatima koji se dobijaju rešavanjem linearnog magnetskog kola i direktnom primenom jednačine 11. Prema očekivanju, potpuna poklapanja rezultata su dobijena za veće vazdušne procepe, za sve jačine struja, dok je do značajnijih odstupanja došlo kod vazdušnog procepa od 0,3 mm, a naročito u slučaju bez vazdušnog procepa (rešavanjem linearizovanog kola je intenzitet vektora magnetske

indukcije, pri jačini struje $I = 10$ A, dostigao vrednost od oko 4 T). To je, naravno, posledica nelinearnosti i zasićenja realnog feromagnetskog materijala.

Može da se primeti da rezultati dobijeni eksperimentalno u većini tačaka podržavaju rezultate koji su dobijeni numerički, što je još jedna potvrda tačnosti njihovog određivanja.

7. LITERATURA

- [1] Dr Branko D. Popović: *Elektromagnetika*, Građevinska knjiga, Beograd, 1990.
- [2] Dr Miroslav Prša: *Iterativna 2D metoda konačnih elemenata za određivanje magnetskog polja određenih magnetskih struktura*, Novi Sad.
- [3] Rajko Maljković: *Snimanje krive magnećenja feromagnetskog materijala*, projekat, FTN, Novi Sad, 2000.
- [4] Dr. ing. Vojislav Bego: *Mjerenja u elektrotehnici*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1981.

NUMERICAL ANALYSIS OF FORCE IN A NONLINEAR ELECTROMAGNET

Abstract: *In order to produce the stronger force in an electromagnet, the concept of electromagnet on E – I transformer core is taken into consideration. Electromagnet winding is positioned in E part of transformer core, while the I part is a moving one. The material of the transformer core is a nonlinear ferromagnetic and its magnetization curve is obtained using a ballistical galvanometer. Using a program based on FEM, magnetic field in ferromagnetic core and outside if it is determined. Applying these results, the electromagnet force for different currents an different air gaps is calculated. Results of the calculations are verified by measurements.*

Key Words: *Nonlinear electromagnet, determination of force, eksperimental verification of obtained results*

NAPOMENA: Razvoj prikazanog programa je obavljen u sklopi projekta »Modelovanje elektromagnetskih polja u elektrodistributivnim sistemima«, koje finansira Ministarstvo za nauku, tehnologiju i razvoj Republike Srbije, a participant u finansiranju i korisnik je Elektroprivreda Srbije.